

PLAN

1 Holomorphie et prolongement analytique

1.1 Holomorphie [Pom]

- \mathbb{C} dér. ex : exp, polynome, série entière
- Cauchy-Riemann. ex : $z \rightarrow \bar{z}$ pas holomorphe
- Formule de Cauchy, formule de la moyenne. Analyticité
- Morera, thm d'holomorphie sous le signe somme

1.2 Conséquence du thm des zéros isolés [Pom][Rud]

- zéro isolé et prolongement analytique [Pom] **DVP1**
- Singularité au bord du disque de convergence [Pom] **DVP1**
- Fonction Γ
- principe du maximum et conséquence [Rud] [AM04]
- Liouville et d'Alembert-Gauss

2 Méromorphie et thm des résidus

2.1 Singularité et méromorphie

- Déf sing
- alternative déf mero exemple : Fraction rationnelles, fonction Γ

- prod infini et $m = \frac{f}{g}$

2.2 Conséquence du thm des zéros isolés [AM04]

- Thm des résidus
- Exemple de calcul d'intégrale **DVP**
- Dénombrement des zéros :
- Thm de Rouché, exemple, Thm d'Hurwitz

3 Topologie de $\mathcal{H}(\Omega)$ [ZQ98]

- L'espace métrique et topologie de la CVU sur tout compact
- complétude
- Thm de Montel et pas de norme **DVP**
- Thm de Weierstrass et $\mathcal{M}(\mathbb{C})$ est le corps des fractions de $\mathcal{H}(\mathbb{C})$

4 Classe particulière de fonction [AM04] [ZQ98]

- Série de Dirichlet : prop
- Fonction ζ **DVP**
- fct de Weierstrass [Car85]

BIBLIOGRAPHIE

Références

- [AM04] E. Amar and E. Matheron, *Analyse complexe*, Cassini, 2004, 517.2 AMA.
- [Car85] H. Cartan, *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes*, Hermann, 1985.
- [Pom] Alain Pommellet, *Cours d'analyse*, Ellipse, 51.12 POM.
- [Rud] Walter Rudin, *Analyse réelle et complexe*, Dunod.
- [ZQ98] Zuily and Queffelec, *Element d'analyse pour l'agrégation*, Ellipse, 1998, 517.1 ZUI.

DEVELOPPEMENT

- Zéro isolé et Singularité **DVP1**
- Exemple de calcul d'intégrale **DVP**
- Thm de Montel et pas de norme **DVP**
- Fonction ζ **DVP**