

Lecon 227 : Continuité et dérivabilité des fonction réelles à valeurs réelles. Exemples et contre exemples

PLAN

1 Continuité

1.1 Généralité

- def et conti sequentiel
- continuité et opération algebrique (ex : les pol sont continu)
- prologement. Continuité et equation fonctionnelles

1.2 discontinuité

- def disc de 1er 2nd espece exemple
- fct réglé et leur point de discontinuité exemple

1.3 connexité, compacité

- TVI
- image d'un compact et aplication (def de $\| \cdot \|_{\infty}$)
- Heine, [Gou] [Pom]
- app : thm d'approximation (en autre weierstrass d'ou Thm Tauberien **DVP**, lemme de Rieman)

2 Derivabilité

- Première prop, opération alg

- $f' = 0$ et Rolle, accroissement fini [Pom] /app
- Limite de la dérivé, regle de l'hopital, Darboux
- pt de discontinuité de f' si f der
- \mathcal{C}^0 nulle part der. dense dans \mathcal{C}^0 [ZQ98] et exemple [Pom] **DVP**

3 monotonie, convexité

- cas des fonction monotone (quand elle sont continu, inj bij ... ,)
- ensemble de discontinuité (fct mono, fct convexe)
- fonction monotone der p.p. [RN] et ex f croissante et $f(0) - f(1) \neq \int f'$ **DVP**
- cas des fct monotone (deri : $f' > 0$), convexe

4 Fonction \mathcal{C}^{∞}

- Formule de Taylor et applications (ana num)[Pom] et [CM84]
- Methode de Newton [Rou98] **DVP**
- Existence de fonctions plateau [Pom]
- Fonction analitique [Pom]
- Conditions. Exemple et contre exemples

BIBLIOGRAPHIE

Références

- [CM84] M. Crouzeix and A. Mignot, *Analyse numérique des équations différentielles*, Masson, 1984, 518.1 CRO.
- [Gou] Xavier Gourdon, *Les maths en tête analyse*, Ellipse.
- [Pom] Alain Pommellet, *Cours d'analyse*, Ellipse, 51.12 POM.
- [RN] F. Riesz and B. Nagy, *Analyse fonctionnelle*, Gauthier Villars, 517.5 RIE.
- [Rou98] Rouvière, *Petit guide de calcul différentiel ...*, Cassini, 1998, 517.7 Rou.
- [ZQ98] Zuily and Queffelec, *Element d'analyse pour l'agrégation*, Ellipse, 1998, 517.1 ZUI.

DEVELOPPEMENT

- fonction monotone der p.p. [RN] et ex f croissante et $f(0) - f(1) \neq \int f'$ **DVP**
- \mathcal{C}^0 nulle part der. dense dans \mathcal{C}^0 [ZQ98] et exemple [Pom] **DVP**
- Methode de Newton [Rou98] **DVP**