

## PLAN

### 1 Généralités

#### 1.1 Def, première prop [Pom] [HL97]

- critère de densité
- $E$  séparable, ssi ...
- Métrique compact  $\Rightarrow$  séparable

#### 1.2 Exemples dans $\mathbb{R}$

- $\mathbb{Q}$  dense dans  $\mathbb{R}$  [Pom]
- Equation fonctionnelle [Pom]  $f(y+x) = f(x) + f(y)$ , ... morphisme de corps de  $\mathbb{R}$  ... [Goub]
- Sous groupe additif, et  $\cos(n)$  [Pom]
- CS de convexité [Pom]
- montone donc derivable pp **DVP**[RN]

#### 1.3 La densité en algèbre [Goua] [MT86] [Tau]

- $GL_n$  dans  $\mathfrak{M}_n + \text{App} : \chi(AB) = \chi(BA)$
- Matrice diagonalisable dans  $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$  et Cayley Hamilton

### 2 Prolongemnt UC [Pom]

- Thm de prolongemnt des fct UC **DVP**
- Intégrale de Riemann
- fourrier su  $L^2$
- Ascoli-Arzela + app Montel

### 3 Densité dans les espace de fonction

#### 3.1 fct $C^0$

- affine, escalier, pol de bernstein et Weierstrass
- app : int de rieman, Thm tauberien fort, ..
- Convolution sur un compact : Fejer et Weierstrass trigo
- Stone weierstrass [CIF] et appp

#### 3.2 Les espace $L^p$

- $C_c^0$  et  $\|f_h - f\|_p \rightarrow 0$
- $C_c^\infty$  et appl  $\int_0^{2\pi} f e^{int} dt \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow \infty$  et/ou  $\hat{f}(x) \rightarrow 0$  quand  $x \rightarrow \infty$
- $L^p$  séparable et  $L^\infty$  pas séparable [Bre]

### 4 Espace de Baire [Goub] [Rud]

- Thm de Baire
- $C^0$  nulle part derivable dense dans fct continue **DVP** [Goub]
- $f'$  cont sur un ensemble dense
- Banach-Steinhaus
- Serie de fourrier  $\neq$  fct dense [Rud] **DVP**

### 5 Espace de Hilbert [Pom] [HL97]

- def, exemple
- $A$  dense  $\Leftrightarrow A^\perp = \emptyset$
- $L_{2\pi}^2$  et Base hilbertienne
- Parseval et inégalité isopérimétrique **DVP**
- pol de meilleur approx et methode de Gauss [CM84] **DVP**
- Pol d'hermite [Kol77] **DVP**
- $L^2(\mathbb{R})$  Lax milgram et garlerkin.

## BIBLIOGRAPHIE

### Références

- [Bre] Brezis, *Analyse fonctionnelle*, Dunod, 517.1 BRE.
- [CIF] A Chambert-loir and S. Fermigier, *Exercices de mathématiques pour l'agrégation*, no. Analyse 2, masson.
- [CM84] M. Crouzeix and A. Mignot, *Analyse numérique des équations différentielles*, Masson, 1984, 518.1 CRO.
- [Goua] Xavier Gourdon, *Les maths en tête algèbre*, Ellipse.
- [Goub] \_\_\_\_\_, *Les maths en tête analyse*, Ellipse.
- [HL97] Hirsch and Lacombe, *Élement d'analyse fonctionnelle*, Masson, 1997, 517.5 HIR.
- [Kol77] A. N. Kolmogorov, *Éléments de la théorie des fonctions et de l'analyse fonctionnelle*, 1977, 517.1 KOL.
- [MT86] R. Mneimné and F. Testard, *Introduction à la théorie des groupes de lie classiques*, Herman, 1986, 513.4 MNE.
- [Pom] Alain Pommellet, *Cours d'analyse*, Ellipse, 51.12 POM.
- [RN] F. Riesz and B. Nagy, *Analyse fonctionnelle*, Gauthier Villars, 517.5 RIE.
- [Rud] Walter Rudin, *Analyse réelle et complexe*, Dunod.
- [Tau] P. Tauvel, *Algèbre 2*, Dunod, ???, ??? TAU.

## DEVELOPPEMENT

- Ascoli-Arzela
- Thm de prolongemnt des fct UC **DVP**
- monotonme donc derivable pp [RN] **DVP**
- Parseval et inégalité isopérimétrique **DVP**
- pol de meilleur approx et methode de Gauss [CM84] **DVP**

- Pol d'hermite [Kol77] **DVP**
- $C^0$  nulle part derivable dense dans fct continue **DVP**
- Serie de fourrier  $\neq$  fct dense [Rud] **DVP**