

PLAN

1 Généralité[Gou] [Gob95, Tau, FGS01]

1.1 Définitions, première propriété

- def endo nil ; indice de nil ...
- ex matrice nil canonique d'indice r
- AB nil alors BA nil [Tau]
- trace nul de rang 1 donc nil [Tau][exo 3]
- Majoration de l'indice de nil [FGS01]
- prod commutatif de nilpotent [FGS01]
- $uv - vu = 0$ v nil potent alors ... [Tau][exo 13]
- A semblable à λA donc A nilpotent. Ici ou plus loin ?

1.2 Caractérisation des endomorphisme nilpotent

- thm sur existence de base tq $\text{Mat}(u)$ trig sup, trig inf [Tau99]
- cara par la trace
- coro carac par la trace [Tau][exo 4]
- 1er thm : indice de nil=dim de l'espace, u admet pour matrice un mat J_n ... [Tau99]
- 2em dans tout les cas on a une red par bloc de mat J_r
- Nbr de classe de similitude des endo nilpotent [Tau99], un calcul ??
- Thm de Burnside [Ale99] et [Gou] **DVP**

2 Nilpotent et décomposition remarquable

2.1 Dunford

- ss ev caractéristique
- Dunford [Gou]
- app [Gou] **DVP**
- exponentiel de matrice de eq. diff.
- [Fre97][p.125]

2.2 Jordan

- Le cas nilpotent
- le thm
- exo dans [Gou][3p. 199 et 4 p. 200]
- resolution eq. diff et suite recurente [Ser01][exo. chap 6]

3 Serie d'endomorphisme

- série entiere d'endo : def
- Exponentiel
- inverse de $\text{Id} - u$
- exponentiel de matrice et logarithme
- lien A DZ $\exp(A)$ DZ [Gou] et Rombaldi *theme pour l'agreg*
- l'exponentiel realise un homeomeo des nilpontente sur les matrice unipontente [MT86]**DVP**

Si on pouvait caser des exemple en dimension infinie

BIBLIOGRAPHIE

Références

[Ale99] Alessandri, *Groupe en situation géométrique*, Dunod, 1999, 512.4 ALE.
 [FGS01] S. Francinou, H. Gianella, and S. Serge, *oraux X-ENS, Algèbre 1*, Cassini, 2001.
 [Fre97] J. Fresnel, *Algèbre des matrices*, Hermann, 1997, 512.1 FRE.
 [Gob95] R. Goblot, *Algèbre linéaire*, Masson, 1995, 512.1 GOB.
 [Gou] Xavier Gourdon, *Les maths en tête algèbre*, Ellipse.
 [MT86] R. Mneimné and F. Testard, *Introduction à la théorie des groupes de lie classiques*, Herman, 1986, 513.4 MNE.
 [Ser01] D. Serre, *Les matrices-théorie et pratiques*, Dunod, 2001, 512.1 SER.
 [Tau] P. Tauvel, *Algèbre 2*, Masson, ???, ??? TAU.
 [Tau99] ———, *cours d'algèbre*, dunod, 1999, 512.1 TAU.

DEVELOPPEMENT

- Burnside [Ale99] et [Gou] **DVP**
- Dunford [Gou] + app [Gou] **DVP**
- lien A DZ $\exp(A)$ DZ [Gou] et Rombaldi *theme pour l'agreg*
- l'exponentiel realise un homeomeo des nilpontente sur les matrice unipontente [MT86]**DVP**