

# Leçon 121 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera à la dim finie). Rang. Exemples et application

## PLAN

### 1 Dimension

#### 1.1 Généralités [Goua] [Gob95]

- Famille libre, génératrice
- Base def de la dim finie
- exempels
- application finie : Wedderburn [Per] DVP

#### 1.2 theorie de la dimension [Goua] [Gob95]

- base incomplete
- Exemple
- supplémentaire
- formule avec dimension
- base telescopique

#### 1.3 application linéaire [Goua] [Gob95]

- L'algèbre  $\mathcal{L}(E, F)$ , dim
- $E^*$  et dualité
- exemple
- Hyperplan et forme lineaire

### 2 Rang

#### 2.1 Généralités [Goua] [Gob95]

- rang d'une familel de vecteur
- d'une app lineaire
- d'une matrice
- exemple [Goua]

#### 2.2 thm du rang [Goua] [Tau99]

- thm
- equiv  $f$  inj,  $f$  surj, ...
- exemple

#### 2.3 Algorithme de Gauss [Goua]

- description de l'algo
- lien avec les system linéaire
- exemple

#### 2.4 Lien avec le determinant [Goua] [Gob95]

- def
- prop
- calcul du rand par les detterminant

### 3 Applications

#### 3.1 Preuve par rec sur la dimension [Goua]

- matrice de trace nulle
- diag mat sym reel
- sylvester

#### 3.2 System lineaire [Goua]

- system linéaire et rang
- formule de Cramer [Goua]

#### 3.3 dualité et orthogonalité

- Droite et hyperplan
- sepapration, et les convexe [Tau92]
- dualité projective et pascal [Tau00]

#### 3.4 $p$ groupe [Per] [Hal59]

- def  $p$  groupe
- Quelques lem
- thm de la base de Burnside [Hal59] DVP

#### 3.5 nombre algébriques [Goz97]

- def nombre algébrique
- prop nombre algébrique

### 4 Applications en analyse

#### 4.1 Continuité automatique [Pom]

- compacité
- continuité automatique,
- exmple d'utilisation

#### 4.2 calcul différentiel[Pom] [Goub]

- différentiel d'une application
- extrema lié [Goub] DVP
- calcul diff

#### 4.3 Probleme d'extrema [Pom] [Cia82]

- prop
- convexité
- methode du gradient [Cia82] DVP

## BIBLIOGRAPHIE

### Références

- [Cia82] P. Ciarlet, *introduction à l'analyse numerique matricielle et à l'optimisation*, Masson, 1982, 518.1 CIA.  
[Gob95] R. Goblot, *Algèbre linéaire*, Masson, 1995, 512.1 GOB.  
[Goua] Xavier Gourdon, *Les maths en tête algèbre*, Ellipse.  
[Goub] ———, *Les maths en tête analyse*, Ellipse.

- [Goz97] I. Gozard, *Théorie de galois*, Elipse, 1997, 512.1 GOZ.  
[Hal59] M. Hall, *The theory of groups*, Macmillan, 1959.  
[Per] Daniel Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipse.  
[Pom] Alain Pommellet, *Cours d'analyse*, Ellipse, 51.12 POM.  
[Tau92] P. Tauvel, *Mathématiques générales pour l'agregation*, Dunod, 1992, 512.4 TAU.  
[Tau99] ———, *cours d'algèbre*, dunod, 1999, 512.1 TAU.  
[Tau00] ———, *Cours de géométrie*, Dunod, 2000, 512.4 TAU.

## DEVELOPPEMENT

- Wedderburn [Per] **DVP**
- thm de la base de Burnside [Hal59] **DVP**
- Hyperplan et convexe [?] **DVP**
- Pascal [Tau00] **DVP**
- extrema liés **DVP** [Goub]
- methode du gradient [Cia82] **DVP**