

## PLAN

### 1 Généralité

#### 1.1 Définition [Tau92] [AF87]

- def  $\mathcal{S}(E) \simeq \mathcal{S}_n$
- thm de Caley
- transposition engendre  $\mathcal{S}_n$  [Gou]
- Cas particulier de famille qui engendre
- centre

#### 1.2 Orbite, cycle et signature [Tau92][p.38]

- Orbite
- décomposition en cycle
- classe de conjugaison [AF87][p.180-182]
- Signature  $\varepsilon(\sigma) = (-1)^{n-N(\sigma)}$  et unique morphisme
- def de  $\mathcal{A}_n$

### 2 Structure

#### 2.1 Simplicité

- premier pas :  $n = 2, 3, 4$  [Per][p.12-13] et [AF87][p.196]
- $\mathcal{A}_n$  est simple pour  $n \geq 5$  [Per]
- corollaire : groupe dérivé, sous groupe d'ordre  $n$
- $A_5$  est le seul groupe simple d'ordre 60 [Per] **DVP**
- structure des  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$  [Per]

#### 2.2 Automorphisme

- $\text{Aut} = \text{Int}$  pour  $n \neq 6$  [Per]
- le cas  $n = 6$

### 3 Application

#### 3.1 Lien avec certain groupe d'algèbre linéaire

- fin chap 4 [Per]

#### 3.2 Determinant

- Determinant, forme  $n$ -linéaire ... [Gou]

#### 3.3 Polynôme à $n$ indéterminé

- Polynôme symétrique [Per] [Gob96]
- action de  $\mathcal{A}_n$  sur  $\mathbb{K}[t_1, \dots, t_n]$  [Gob96] **DVP**

#### 3.4 Géométrie

- Polygone régulier [???] [Com98][?] [BD79]
- étude de  $D_n$  [?] [BD79]
- Sous groupe de  $O_2$
- sous groupe fini de  $SO_3(\mathbb{R})$  **DVP** [FGS01]
- groupe d'isométrie du cube, de l'isodécédre [Com98] **DVP**

### 4 Applications en géométrie

- sous groupe fini de  $GL_n$  [Ale99] **DVP**
- Polygone régulier [???] [Com98][?] [BD79]
- étude de  $D_n$  [?] [BD79]
- Sous groupe de  $O_2$
- sous groupe fini de  $SO_3(\mathbb{R})$  **DVP** [FGS01]
- groupe d'isométrie du cube, de l'isodécédre [Com98] **DVP**

## BIBLIOGRAPHIE

### Références

- [???] *inconnu*.
- [AF87] J. M. Arnaudiès and H. Fraysse, *Cours de mathématiques*, vol. Algèbre 1, Dunod, 1987, 51.12 ARN.
- [Ale99] Alessandri, *Groupe en situation géométrique*, Dunod, 1999, 512.4 ALE.
- [BD79] A. Bouvier and D. Richard, *Groupes*, Herman, 1979.
- [Com98] F. Combes, *Algèbre et géométrie*, Bréal, 1998, 51.12 COM.
- [FGS01] S. Francinou, H. Gianella, and S. Serge, *oraux X-ENS, Algèbre 1*, Cassini, 2001.
- [Gob96] R. Goblot, *Algèbre commutative*, Masson, 1996, 512.1 GOB.
- [Gou] Xavier Gourdon, *Les maths en tête algèbre*, Ellipse.
- [Per] Daniel Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipse.
- [Tau92] P. Tauvel, *Mathématiques générales pour l'agrégation*, Dunod, 1992, 512.4 TAU.

## DEVELOPPEMENT

- action de  $\mathcal{A}_n$  sur  $\mathbb{K}[t_1, \dots, t_n]$  [Gob96] **DVP**
- $A_5$  est le seul groupe simple d'ordre 60 [Per] **DVP**
- Sous groupe de  $O_2$
- sous groupe fini de  $SO_3(\mathbb{R})$  **DVP** [FGS01]
- groupe d'isométrie du cube, de l'isodécédre [Com98] **DVP**