

## PLAN

### 1 Généralité

#### 1.1 Propriété [Per]

- Lagrange
- générateur
- sous groupe distingué
- ex de groupe simple  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$
- $\mathbb{H}_8$
- Formule des classe

#### 1.2 ensemble de permutation

- Générateur
- décomposition en cycle et classe de conjugaison
- Simplicité thm, contre ex pour  $A_4$
- Automorphisme [Per]

#### 1.3 Groupe abélien

- $G$  est d'exposant 2
- $G/H$  monogène alors ...
- Thm de decomposition [FGS01][unicité] **DVP**
- structure des  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$  [Per]
- grp fin est quotient d'un  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$  **DVP**

### 2 $p$ -groupes

#### 2.1 $p$ -groupes

- $|G| = p^2$  alors  $G$  abélien ...
- $Z(G)$  non trivial [Per]
- Sous groupe distingué à tous les ordres
- Thm de Cauchy sans Sylow ...[Tau99][p. 66]
- Thm de la base de Burnside [Hal59] **DVP**

#### 2.2 Théorèmes de Sylow et application

- Thm de Sylow [Tau99] **DVP**
- Application rapide
- $A_5$  est le seul groupe simple d'ordre 60 [Per] ou Francinou **DVP**
- sous groupe d'ordre  $pq$  [FGS01]
- classification des groupe d'ordre  $\leq 12$  ou plus

### 3 Applications en géométrie

- sous groupe fini de  $GL_n$  [Ale99] **DVP**
- Polygone régulier [???] [Com98][?] [BD79]
- étude de  $D_n$  [?] [BD79]
- Sous groupe de  $O_2$
- sous groupe fini de  $SO_3(\mathbb{R})$  **DVP** [FGS01]
- groupe d'isométrie du cube, de l'isodécaèdre [Com98] **DVP**

## BIBLIOGRAPHIE

### Références

- [???] *inconnu*.
- [Ale99] Alessandri, *Groupe en situation géométrique*, Dunod, 1999, 512.4 ALE.
- [BD79] A. Bouvier and D.Richard, *Groupes*, Herman, 1979.
- [Com98] F. Combes, *Algèbre et géométrie*, Bréal, 1998, 51.12 COM.
- [FGS01] S. Francinou, H. Gianella, and S. Serge, *oraux X-ENS, Algèbre 1*, Cassini, 2001.
- [Hal59] M. Hall, *The theory of groups*, Macmillan, 1959.
- [Per] Daniel Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipse.
- [Tau99] P. Tauvel, *cours d'algèbre*, dunod, 1999, 512.1 TAU.

## DEVELOPPEMENT

- Thm de decomposition grp abélien [FGS01][unicité] **DVP**
- Thm de la base de Burnside [Hal59] **DVP**
- Thm de Sylow [Tau99] **DVP**
- $A_5$  est le seul groupe simple d'ordre 60 [Per] **DVP**
- sous groupe fini de  $GL_n$  [Ale99] **DVP**
- Polygone régulier [???] [Com98][?] [BD79]
- étude de  $D_n$  [?] [BD79]
- Sous groupe de  $O_2$
- sous groupe fini de  $SO_3(\mathbb{R})$  **DVP** [FGS01]
- groupe d'isométrie du cube, de l'isodécaèdre [Com98] **DVP**
- classification des groupe d'ordre  $\leq 12$  ou plus