1ère 13 STMG

Table des matières

Chapitre 1
Trinôme du 2nd degrée
19/09/2016

Exercice 1.1. ***À corriger dans le cours :***

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
…	…	…	…
factorisation	…	$\mathbf{a}(x - x_0)^2$	$\mathbf{a}(x - x_1)(x - x_2)$

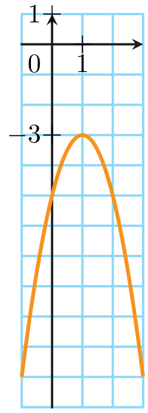
Exercice 1.2.

On considère la fonction $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$ *définie sur* $[-1; 3]$.

Compléter :

- $a = -2$, $b = 4$ *et* $c = -5$
- *Comme* $a < 0$, *la fonction* f *atteint son maximum en* $x_0 = \frac{-b}{2a} =$ ***Rép. : 1***
- *On calcule* $f(-1) = -2(-1)^2 + 4 * (-1) - 5 = -11$
- *et* $f(3) = -2(3)^2 + 4 * (3) - 5 = -11$

Grâce à la calculatrice on voit



Compléter le ***tableau de variation***

x	…	…	…
$f(x)$	…	…	…

Exercice 1.3. *On considère la fonction* $f(x) = 9x^2 - 6x + 1$ *définie pour tout nombre réel.*

Dresser son tableau de variation ***Rép. :*** $x_0 = 1/3$

x	…	…	…
$f(x)$	…	…	…

Compléter la table de valeurs suivante.

x	-1	-0.5	0	0.5	1
$f(x)$					

Travail en groupe

— Écrire les noms de **tous les membres** du groupe sur votre feuille.
— Le comportement du groupe sera pris en compte dans l'évaluation.
— Une seule copie par groupe sera évaluée.

Exercice 1.4. *Résoudre l'équation* $-x^2 + 3x - 2 = 0$ *et déterminer une forme factorisée de* $-x^2 + 3x - 2$ *:*

1. *Identifier les valeurs de a, b et c.* ***Rép. :*** $a = -1, b = 3, c = -2$
2. *Calculer le* ***discriminant*** Δ. ***Rép. :*** $\Delta = 1$
3. *Déduire du signe de* Δ*, les éventuelles solutions de l'équation.* ***Rép. :***
   $\mathbf{x_1 = \dfrac{-3-1}{-2} = 2 \quad x_2 = \dfrac{-3+1}{-2} = 1}$
4. *Déterminer une forme factorisée de* $-x^2 + 3x - 2$.
   Rép. : $-x^2 + 3x - 2 = -(x-2)(x-1)$

Exercice 1.5. *Résoudre l'équation* $x^2 - x + 2 = 0$*. :*

1. *Identifier les valeurs de a, b et c.* ***Rép. :*** $a = 1, b = -1, c = 2$
2. *Calculer le* ***discriminant*** Δ. ***Rép. :***
   $\Delta = -7$
3. *Déduire du signe* ***du discriminant*** *, les éventuelles solutions de l'équation.* ***Rép. :***
   Pas de Solution
4. *le trinôme* $x^2 - x + 2$ *admet il une forme factorisée ?* ***Rép. :***
   Non car $\Delta < 0$

Exercice 1.6. *On considère la fonction* $f(x) = -2x^2 - 7x - 6$ *définie pour tout nombre réel.*

1. *Résoudre l'équation* $f(x) = 0$.
   — *Identifier les valeurs de a, b et c.* ***Rép. :***
   $a = -2, b = -7, c = -6$
   — *Calculer le* ***discriminant*** Δ. ***Rép. :***
   $\Delta = 1$
   — *Déduire du signe* ***du discriminant****, les éventuelles solutions de l'équation.* ***Rép. :***
   $x_1 = -\dfrac{3}{2} \qquad x_2 = -2$
2. *Étudier le signe de f et compléter le tableau (****recopier et compléter****) Comme* Δ ***Rép. :***
   >0 ____*, le signe de f est le même que celui de* ____ *pour tout x à* ________ *des racines.*

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	

Exercice 1.7. *On considère la fonction* $f(x) = x^2 + 10x + 25$ *définie pour tout nombre réel.*

1. *Résoudre l'équation* $f(x) = 0$.
   — *Identifier les valeurs de a, b et c.* ***Rép. :*** $a = 1, b = 10, c = 25$
   — *Calculer le* ***discriminant*** Δ. ***Rép. :***
   $\Delta = 0$
   — *Déduire du signe* ***du discriminant****, les éventuelles solutions de l'équation.* ***Rép. :***
   $x_1 = -5 \qquad x_2 = -5$

2. *Étudier le signe de f, recopier et compléter le tableau :*

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	

3. *Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.*

Nom :
23/09/2016 Chapitre 1: 2nd degré Lycée Jean-Pierre Vernant
1 ère 13 - STMG **Feuille : 3** 2016–2017

Exercice 1.8. *On considère la fonction* $f(x) = 3x^2 - 4x + 3$ *définie sur* $\mathbb{R}$.
- *Comment s'appelle sa courbe représentative.*
- *Donner les coordonnées du sommet.*
- *Dresser le tableau de variation.*
- *L'équation* $f(x) = 0$ *a t elle des solutions ? Pourquoi ?*

Exercice 1.9. *1. On considère la fonction* $f(x) = 2x^2 - 2x + 0.5 = 0$. *Dresser son tableau de variation.* ***Rép. :***

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

2. *Résoudre l'équation* $2x^2 - 2x + 0.5 = 0$ *et déterminer une forme factorisée de* $2x^2 - 2x + 0.5$ *:*
   (a) *Identifier les valeurs de a, b et c.* ***Rép. :***
   $a = 2, b = -2, c = 0.5$
   (b) *Calculer le* ***discriminant****.* Δ ***Rép. :***
   $\Delta = 0$
   (c) *Déduire du signe* ***du discriminant****, les éventuelles solutions de l'équation.* ***Rép. :***
   $x_0 = 1/2$
   (d) *Déterminer une forme factorisée de* $2x^2 - 2x + 0.5$. ***Rép. :***
   $2(x - 1/2)^2$

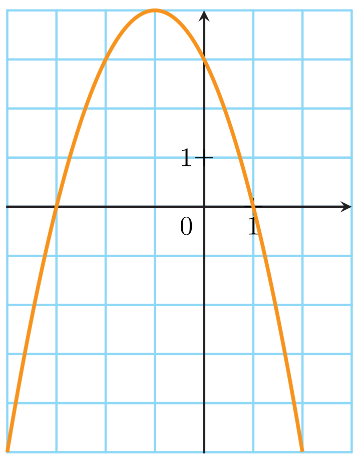
Exercice 1.10. *On considère la fonction* $f(x) = 2x^2 + 3x + 2$ *définie pour tout nombre réel.*
1. *Résoudre l'équation* $f(x) = 0$.
   - *Identifier les valeurs de a, b et c.* ***Rép. :*** $a = 2, b = 3, c = 2$
   - *Calculer le* ***discriminant*** Δ. ***Rép. :***
   $\Delta = -7$
   - *Déduire du signe* ***du discriminant****, les éventuelles solutions de l'équation.* ***Rép. :*** ***Pas de solution***
2. *Étudier le signe de f et compléter le tableau.*

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	

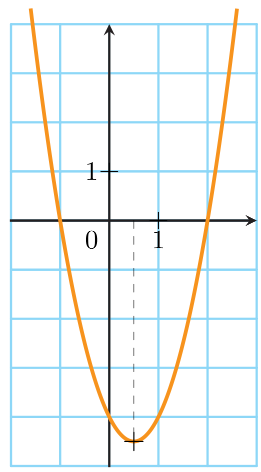
3. *Résoudre l'inéquation* $f(x) \geq 0$.

Exercice 1.11.

Ci-contre figure le tracé de la parabole $\mathcal{P}$*, courbe représentative de la fonction polynôme du second degré f définie sur* $\mathbb{R}$*. Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse ; la corriger si elle est fausse.*
1. *L'équation* $f(x)$ *a deux solutions 1 et 3.*
2. *La fonction polynôme f a deux racines de signe opposées.*
3. *Le coefficient de* x^2 *est strictement négatif.*
4. *Le discriminant de f est nul.*
5. *Les coordonnées du sommet de* $\mathcal{P}$ *sont* $(1, 2)$.



Exercice 1.12.



Ci-contre figure le tracé de la parabole $\mathcal{P}$, courbe représentative de la fonction polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$. Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse ; la corriger si elle est fausse.

1. *L'équation $f(x)$ a deux solutions 1 et 2.*
2. *La fonction polynôme f a deux racines de signe opposées.*
3. *Le coefficient de x^2 est strictement négatif.*
4. *Le discriminant de f est nul.*
5. *L'abscisse du sommet de la parabole est -1.*

Exercice 1.13 (**Question de cours ! !**). *On considère une fonction polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ définie sur $\mathbb{R}$ et sa courbe représentative $\mathcal{P}$.*

1. *Qu'est ce que le discriminant ?*
2. *Si $\Delta > 0$, donnez les formules donnnant les deux racines.*
3. *Si $a < 0$, dressez de tableau de* ***variations*** *de f.*
4. *Si $\Delta > 0$, dressez le tableau de* ***signes*** *de f.*

Exercice 1.14.

1. *Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes*

   a) $4x^2 + 4x - 3 = 0$ *b)* $-x^2 + 10x + 200 = 0$ *c)* $x^2 + 6x + 9 = 0$

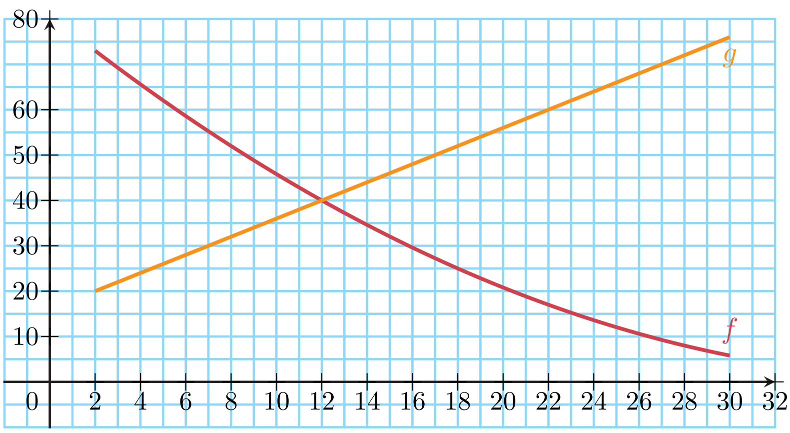
2. *Dresser le tableau de* ***signes*** *de*

   a) $4x^2 + 4x - 3 = 0$ *b)* $-x^2 + 10x + 200 = 0$ *c)* $x^2 + 6x + 9 = 0$

Exercice 1.15.

Ci-contre figure le tracé de

$$f(x) = 0.05x^2 - 4x + 80.8 \text{ et}$$
$$g(x) = 2x + 16$$



1. *Déterminer graphiquement $f(18)$ et $g(18)$.*
2. *Retrouver (1) par le calcul.*
3. *Déterminez graphiquement l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.*
4. *Résoudre $0.05x^2 - 6x + 64.8 = 0$.*
5. *Retrouver par le calcul (3).*

Travail en groupe – Comme au devoir

— Écrire les noms de **tous les membres** du groupe sur votre feuille.
— Le comportement du groupe sera pris en compte dans l'évaluation.
— Une seule copie par groupe sera évaluée.

Exercice 1.16. ***Question de cours :*** ***(2 points)***

On considère une fonction polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ définie sur $\mathbb{R}$ et sa courbe représentative $\mathcal{P}$.

1. *Donner la définition des racines de la fonction f.*
2. *Donner l'abscisse du sommet de la parabole $\mathcal{P}$.*

Exercice 1.17. ***(3 points)***

On considère la fonction $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ définie pour tout nombre réel.

1. *Résoudre l'équation $f(x) = 0$.*
2. *Étudier le signe de f.*
3. *Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.*

Exercice 1.18. ***(5 points)***

1. *Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes*

   a) $16x^2 - 8x + 1 = 0$ *b)* $-x^2 + 3x + 10 = 0$ *c)* $2x^2 - x + 1 = 0$

2. *Dresser le tableau de* ***signes*** *de*

   b) $-x^2 + 3x + 10$ *c)* $2x^2 - x + 1$

Exercice 1.19. ***(5 points)***

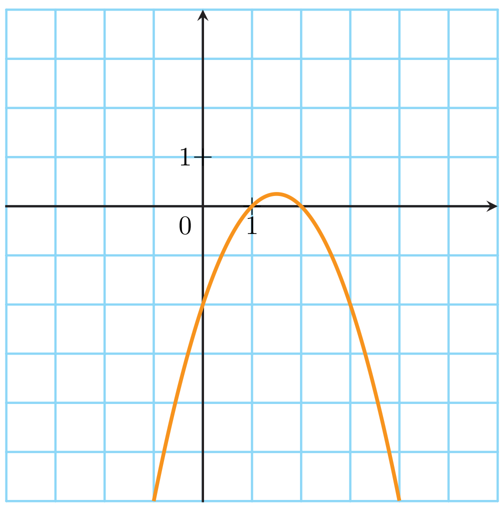
Un artisan fabrique des petits meubles. Le coût de production, en euros, de x meubles est donné par :

$$C(x) = x^2 + 50x + 900 \text{ pour } 0 \leqslant x \leqslant 60$$

1. *Calculer $C(0)$. En déduire les frais fixes de l'artisan.*
2. *Quel est le coût de production de 30 meubles ?*
3. *Déterminer le nombre de meubles fabriqués pour un coût de production de 2300 euros. (On pensera à résoudre l'équation et à la mettre sous la forme $x^2 + 50x + ? = 0$ afin de trouver les solutions.)*

Exercice 1.20. ***Vrai ou Faux*** ***(5 points)***

Ci-contre figure le tracé de la parabole $\mathcal{P}$, courbe représentative de la fonction polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$. Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse ; la corriger si elle est fausse.



1. *L'équation $f(x)$ a une solution -2.*
2. *La fonction polynôme f a deux racines de signe opposés.*
3. *Le coefficient de x^2 est strictement négatif.*
4. *Le discriminant de f est strictement négatif.*
5. *Les coordonnées du sommet de $\mathcal{P}$ sont $(0.5, 0.5)$.*

Devoir 1

Écrire votre nom sur l'énoncé. – C'est un travail personnel.

Lire tout l'énoncé avant de commencer.

Exercice 1.1. *Question de cours :* ***(2 points)***

On considère une fonction polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ définie sur $\mathbb{R}$ et sa courbe représentative $\mathcal{P}$.

1. *Donner la définition des racines de la fonction f.*
2. *Qu'est - ce que le discriminant ?*

Exercice 1.2. ***(5 points)***

On considère la fonction $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ définie pour tout nombre réel.

1. *Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Pour cela :* $\Delta = 7^2$, $x_1 = -5/2, x_2 = 1$
   — *Identifier $a =$, $b =$ et $c =$.*
   — *Calculer Δ.*
   — *En fonction du signe de Δ, en déduire les éventuelles solutions.*
2. *Étudier le signe de f.* $\Delta > 0, a > 0$

Exercice 1.3. ***(5 points)***

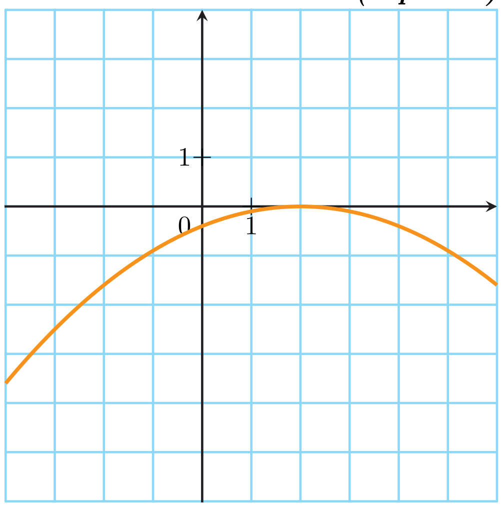
1. *Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes*

   a) $x^2 - 7x + 6 = 0$ *b)* $2x^2 - 12x + 18 = 0$ *c)* $2x^2 + 5x + 13 = 0$

   a) 1, 6 *b)* 3 *c) pas de sol*

Exercice 1.4. *Vrai ou Faux* ***(5 points)***

Ci-contre figure le tracé de la parabole $\mathcal{P}$, courbe représentative de la fonction polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$. Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse ; la corriger si elle est fausse.



1. *L'équation $f(x) = 0$ a une solution 2.*
2. *La fonction polynôme f a deux racines de signe opposés.*
3. *Le coefficient de x^2 est strictement positif.*
4. *Le discriminant de f est nul.*
5. *Les coordonnées du sommet de $\mathcal{P}$ sont $(0; 2)$.*

Exercice 1.5. ***(3 points)***

Un bijoutier fabrique des petits colliers. Le coût de production, en euros, de x colliers est donné par :

$$C(x) = x^2 - 20x + 225 \text{ pour } 0 \leqslant x \leqslant 60$$

1. *Calculer $C(0)$. En déduire les frais fixes du bijoutier.*
2. *Quel est le coût de production de 30 colliers ?*
3. *Montrer que l'équation $x^2 - 20x + 225 = 350$ se ramène à $x^2 - 20x - 125 = 0$.*
4. *Résoudre l'équation $x^2 - 20x - 125 = 0$.* $-5, 25$
5. *Déterminer le nombre de colliers fabriqués pour un coût de production de 350 euros. (On pensera à utiliser les deux questions précédentes afin de trouver les solutions.)*

Devoir 1

Écrire votre nom sur l'énoncé. – C'est un travail personnel.

Lire tout l'énoncé avant de commencer.

Exercice 1.1. ***Question de cours :*** ***(2 points)***

On considère une fonction polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ définie sur $\mathbb{R}$ et sa courbe représentative $\mathcal{P}$.

1. *Donner la définition des racines de la fonction f.*
2. *Donner l'abscisse du sommet de la parabole $\mathcal{P}$.*

Exercice 1.2. ***(5 points)***

On considère la fonction $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$ définie pour tout nombre réel.

1. *Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Pour cela :*$\Delta = 1,\ x_1 = -1, x_2 = -3/2$
   - *Identifier $a =$, $b =$ et $c =$.*
   - *Calculer Δ.*
   - *En fonction du signe de Δ, en déduire les éventuelles solutions.*
2. *Étudier le signe de f.* $\Delta > 0, a > 0$

Exercice 1.3. ***(5 points)***

1. *Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes*

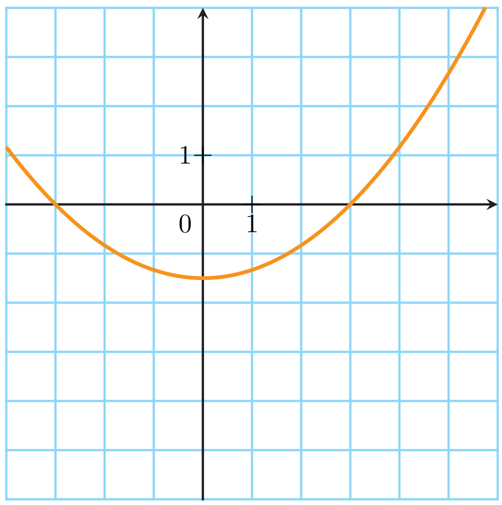
   a) $3x^2 - 12x + 12 = 0$ *b)* $2x^2 - 3x + 4 = 0$ *c)* $x^2 - 2x + 15 = 0$

   a) 2 *b) pas de sol c)* $\Delta < 0$

Exercice 1.4. ***Vrai ou Faux*** ***(5 points)***

Ci-contre figure le tracé de la parabole $\mathcal{P}$, courbe représentative de la fonction polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$. Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse ; la corriger si elle est fausse.

1. *L'équation $f(x) = 0$ a une solution 2.*
2. *La fonction polynôme f a deux racines de même signe.*
3. *Le coefficient de x^2 est strictement négatif.*
4. *Le discriminant de f est strictement positif.*
5. *Les coordonnées du sommet de $\mathcal{P}$ sont $(0; -1,5)$.*



Exercice 1.5. ***(3 points)***

Un horloger fabrique des montres. Le coût de production, en euros, de x montres est donné par :

$$C(x) = x^2 - 4x + 80 \text{ pour } 0 \leqslant x \leqslant 60$$

1. *Calculer $C(0)$. En déduire les frais fixes de l'horloger.*
2. *Quel est le coût de production de 10 montres ?*
3. *Montrer que l'équation $x^2 - 4x + 80 = 197$ se ramène à $x^2 - 4x - 117 = 0$.*
4. *Résoudre l'équation $x^2 - 4x - 117 = 0$.*$-9, 13$
5. *Déterminer le nombre de montres fabriqués pour un coût de production de 197 euros. (On pensera à utiliser les deux questions précédentes afin de trouver les solutions.)*

Chapitre 2
Cours : Proportions et pourcentages

06/10/2016

1 Vocabulaire

Soit A une partie (ou *sous-population*) d'un ensemble E (ou *population*). On note n_A et n_E le nombre d'éléments (ou *d'individus*) respectivement de A et de E.

Définition 1. La proportion p de A par rapport à E est le quotient : $p = \dfrac{n_A}{n_E}$.

Remarque 1.
- Une proportion est un nombre **toujours compris entre** 0 **et** 1.
- p est aussi appelée :
  - *proportion* de A dans E, ou *part* de A dans E, ou encore *fréquence* de A dans E,
  - ou encore taux de A par rapport à E lorsque la proportion est écrite sous forme de pourcentage $\dfrac{t}{100}$.
- n_A est aussi appelé *effectif* de A, n_E est l'*effectif total* (ou *effectif de référence*).

1.1 Proportions à connaître

$0 = 0\%$ $= \text{rien}$				$1 = 100\%$ $= \text{tout}$
		$0,5 = \frac{1}{2} = 50\%$ $= \text{la moitié}$		
	$0,25 = \frac{1}{4} = 25\%$ $= \text{le quart}$		$0,75 = \frac{3}{4} = 75\%$ $= \text{les trois quarts}$	

Exemple 2. Exemples de pourcentage. À savoir faire :

$$0,56 = 56\%, \quad 0,3 = 30\%, \quad 0,08 = 8\%, \quad 0,025 = 2,5\%, \quad etc\dots$$

Exemple 3.
1. En juillet 2012, la France compte 3 millions de chômeurs, pour une population active de 29 millions de personnes. Quel est le taux de chômage ?

   Le taux de chômage est de $\dfrac{3}{29} \simeq 0,1034 = 10,3\%$

2. Dans un petit port, les cinq sixièmes des 720 habitants vivent de la pêche. Combien d'habitants vivent de la pêche ?

   il y a $\dfrac{5}{6} \times 720 = 600$ habitants qui vivent de la pêche

3. Lors des élections présidentielles en France (2e tour 2012), on a compté 9 millions d'abstentions, soit environ 20 % des inscrits. Combien de personnes étaient inscrites sur les listes électorales ? (45 millions)

Soit N le nombre d'électeur. On a $\dfrac{9}{N} = 0,20$. d'où $N = \frac{9}{0,20} = 9 \times \frac{100}{20} = 45$ millions d'inscrits.

Exercices :

Exercice 2.1. ***Calculer un pourcentage*** *Pour calculer $x\%$ d'un nombre N on calcule* $N \times \dfrac{x}{100}$

1. 25% *de* 300 — 75
2. 33% *de* 660 — $217,8$
3. $0,5\%$ *de* $2\,496\,000$ — $12\,480$
4. 15% *de* $200,5$ — $30,075$
5. 300% *de* 12 — 36

Exercice 2.2. *On utilisera la relation* $\mathbf{p} = \dfrac{\mathbf{n_A}}{\mathbf{n_E}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{n_A} = \mathbf{p} \times \mathbf{n_E} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{n_E} = \dfrac{\mathbf{n_A}}{\mathbf{p}}$

1. *Calculer p lorsque $n_A = 18$ et $n_E = 2400$. Écrire le résulat sous forme de pourcentage.*
   On a $p = \dfrac{n_A}{n_E} = \dfrac{18}{2400} = 0,0075 = 0,75\%$
2. *Calculer p lorsque $n_A = 14,6$ et $n_E = 59,2$. Arrondir à 10^{-2}. Écrire le résulat sous forme de pourcentage.*
   On a $p = \dfrac{n_A}{n_E} = \dfrac{14,6}{59,2} = 0,246 \simeq 0,25 = 25\%$
3. *Calculer p lorsque $n_A = 3,90$ et $n_E = 18$. Arrondir à 10^{-2}. Écrire le résulat sous forme de pourcentage.*
   On a $p = \dfrac{n_A}{n_E} = \dfrac{3,90}{18} = 0,216 \simeq 0,22 = 22\%$
4. *Calculer n_A lorsque $p = 0,098$ et $n_E = 250\,000$.*
   On a $n_A = p \times n_E = 0,098 \times 250\,000 = 24500$
5. *Calculer n_E lorsque $p = 0,315$ et $n_A = 7\,875$.*
   On a $n_E = \dfrac{n_A}{p} = \dfrac{7\,875}{0,315} = 25\,000$
6. *Calculer n_E lorsque $p = 27,25\%$ et $n_A = 68\,125$.*
   On a $n_E = \dfrac{n_A}{p} = \dfrac{68\,125}{0,2725} = 250\,000$
7. *Calculer 20% d'une somme de 600 euros.*
   On a $n_E = 600$ et $p = 20\% = 0,2$ donc $n_A = p \times n_E = 0,20 \times 600 = 120$.
8. *Sachant que 30% d'une somme S vaut 330 euros, calculer S.*
   On a $n_A = 330$ et $p = 30\% = 0,3$ donc $n_E = \dfrac{n_A}{p} = \dfrac{330}{0,30} = 1100.$

Exercice 2.3. *Dans chaque question, repérer les nombres connus et calculer le nombre inconnu parmi p, n_A et n_E.*

Répondre ensuite par une phrase.

1. *Dans une association de 375 membres, les propositions de modification des statuts doivent être approuvés par au moins 70% des adhérents pour entrer en vigueur. Quel nombre minimum d'adhérents doit voter favorablement ?*
   On a $n_E = 375$, $p = 70\% = 0,7$ et donc $n_A = p \times n_E = 262,5$ Au minimum, il faut donc que 263 adhérents votent favorablement.
2. *Un concessionnaire de voitures gère un parc de 450 véhicules dont 270 de marques étrangères.*
   — *Calculer la proportion de véhicules de marques étrangères dans ce parc.*
   On a $n_E = 450$, $n_A = 270$ et donc $p = \dfrac{n_A}{n_E} = 0,6 = 60\%$. La proportion de voiture étrangère est de 60%

— *En déduire la proportion de véhicules de marques françaises.*
La proportion de véhicules de marques françaises est donc de $100\% - 60\% = 40\%$

3. *Le salaire de Kevin est de* 1800 *euros par mois. Le montant de son loyer équivaut à* 30% *de son salaire. Quel est le montant de son loyer ?*
On a $n_E = 1800$, *le salaire de Kevin et* $p = 30\% = 0.30$. *On en déduit que le montant de son loyer est de* $n_A = p \times n_E = 540$ *euros*

Exercice 2.4.

1. *En France, le taux normal de TVA est* 20%. *Calculer les montants de la TVA sur les prix HT (hors taxe) suivants :*

$$a)\,25 \qquad b)\,104 \qquad c)\,89 \qquad d)\,45,30$$

Il s'agit ici de calculer n_A *avec* $n_E =$ *le prix HT et* $p = 20\%$. *Avec la relation* $n_A = p \times n_E$ *on trouve (avec* $20\% = 0.2$*) :*
a) Le montant de la TVA est de $25 \times 0,2 = 5$ *euros*
b) Le montant de la TVA est de $104 \times 0,2 = 20,80$ *euros*
c) Le montant de la TVA est de $89 \times 0.2 = 17.80$ *euros*
d) Le montant de la TVA est de $45,30 \times 0.2 = 9.06$ *euros*

2. *Dans la restauration, on applique un taux de TVA réduit, s'élevant à* 5,5%. *Retrouver les prix TTC (toute taxe comprise) des repas suivants, dont on donne le montant de TVA (en euros) :*

$$a)\,0.19 \qquad b)\,1,40 \qquad c)\,4,95$$

Il s'agit ici de calculer le prix TTC. Pour cela, on calcul d'abord $n_E =$*le prix HT à partir de* $n_A =$*TVA et de* $p = 5,5\% = 0,055$. *Enfin on ajoute le prix HT et la taxe. On trouve (**il faut à chaque fois faire une phrase**).*
a) HT : $3,45$ *– TTC :* $3,64$ *b) HT :* $25,45$ *– TTC :* $26,85$ *c) HT :* 90 *– TTC :* 94.95

3. *Conaissez-vous un autre taux de TVA en France ?*
il y a le taux intermédiaire à 10%, *et le taux à* 2,1% *pour la presse*

Exercice 2.2 - numéro 4 : Erreur dans la correction
Calculer n_A lorsque $p = 0,098$ et $n_E = 250\,000$.
On a $n_A = p \times n_E = 0,098 \times 250\,000 =$24 500
En effet $0,098 \simeq 0,1$ et on a $0,1 \times 250\,000 = 25\,000$ **Comme l'exercice 2.2 - numéro 4 : Nouvel exercice**
Calculer n_A lorsque $p = 0,098\%$ et $n_E = 250\,000$.
Remarque : $p = 0,098\% = \frac{0,098}{100} = 0,00098$
On a $n_A = p \times n_E = 0,00098 \times 250\,000 = 245$

Exercice 2.4.

1. *En France, le taux normal de TVA est 20%. Calculer les montants de la TVA sur les prix HT (hors taxe) suivants :*

   $a)\,25 \qquad b)\,104 \qquad c)\,89 \qquad d)\,45,30$

   Il s'agit ici de calculer n_A avec $n_E =$ le prix HT et $p = 20\%$. Avec la relation $n_A = p \times n_E$ on trouve (avec $20\% = 0.2$) :
   a) Le montant de la TVA est de $25 \times 0,2 = 5$ euros
   b) Le montant de la TVA est de $104 \times 0,2 = 20,80$ euros
   c) Le montant de la TVA est de $89 \times 0.2 = 17.80$ euros
   d) Le montant de la TVA est de $45,30 \times 0.2 = 9.06$ euros
2. *Dans la restauration, on applique un taux de TVA réduit, s'élevant à 5,5%. Retrouver les prix TTC (toute taxe comprise) des repas suivants, dont on donne le montant de TVA (en euros) :*

   $a)\,0.19 \qquad b)\,1,40 \qquad c)\,4,95$

   Il s'agit ici de calculer le prix TTC.
   Pour cela, on calcul d'abord $n_E =$ le prix HT à partir de $n_A =$TVA et de $p = 5,5\% = 0,055$.
   *Enfin on ajoute le prix HT et la taxe. On trouve (**il faut à chaque fois faire une phrase**).*

   a) Le pris HT est $\dfrac{0,19}{0,055} = 3,45$ euros. Le prix TTC est donc de : $3.45 + 019 = 3,64$
   b) Le pris HT est $\dfrac{1,40}{0,055} = 25,45$ euros. Le prix TTC est donc de : $25,45 + 1,40 = 26,85$
   c) Le pris HT est $\dfrac{4,95}{0,055} = 90$ euros. Le prix TTC est donc de : $90 + 4,95 = 94.95$
3. *Conaissez-vous un autre taux de TVA en France ?*
   il y a le taux intermédiaire à 10%, et le taux à 2,1% pour la presse

Exercice : Parmi les 450 jeunes d'une association :
— 90 ont eu un diplome de licence ;
— 150 ont un emploi ;
— 80 sont au chomage.
Par ailleurs 4 titulaires d'un diplome de licence sont au chômage.

1. Calculer la proportion de jeunes qui ont un emploi ou qui sont au chômage.
   On note E la population de l'association, A celle des jeunes ayant une licence, B celle de

ceux qui ont un emploi et C celle de ceux au chômage.
On a donc $n_E = 450$, $n_A = 90$, $n_B = 150$, $n_C = 80$

$$p_{B \text{ ou } C} = \frac{150+80}{450} \simeq 0,51 \simeq 51\%$$

On a $p_{B \text{ ou } C} = p_B + p_C$ car on ne peut être au chômage et avoir un emploi.

Exercice : Parim les 450 jeunes d'une association :

- 90 ont eu un diplome de licence ;
- 150 ont un emploi ;
- 80 sont au chomage.

Par ailleurs 4 titulaires d'un diplome de licence sont au chômage.

1. Calculer la proportion de jeunes qui ont un emploi ou qui sont au chômage. On note E la population de l'association, A celle des jeunes ayant une licence, B celle de ceux qui ont un emploi et C celle de ceux au chômage.
   On a donc $n_E = 450$, $n_A = 90$, $n_B = 150$, $n_C = 80$

   $$p_{B \text{ ou } C} = \frac{150+80}{450} = \frac{230}{450} \simeq 0,51 \simeq 51\%$$

   On a $p_{B \text{ ou } C} = p_B + p_C$ car on ne peut être au chômage et avoir un emploi.
   Environ 51% des jeunes de l'association ont un emploi ou sont au chômage.
2. Calculer la proportion de jeunes qui ont une licence ou qui sont au chômage.
   Ici certains jeunes sont au chômage et ont une licence. Il ne faut pas les compter deux fois.

   $$p_{A \text{ ou } C} = \frac{90+80-4}{450} = \frac{166}{450} \simeq 0,37 \simeq 37\%$$

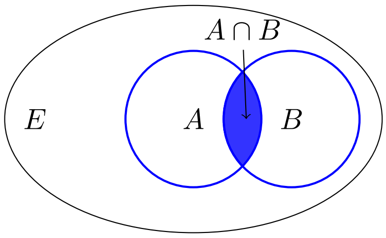
Cours :

2 Intersection, Réunion

A et B sont deux sous-populations d'une population E. On note :
— $p(A)$ ou p_A la proportion de A dans E et
— $p(B)$ ou p_B la proportion de B dans E

Définition 4 (intersection)**.**

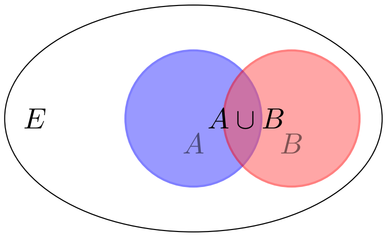
L'intersection de A et B, notée $A \cap B$, est constitué des éléments communs à A et B ; qui sont *à la fois* dans A et dans B.



Remarque 2.
— Lorsque A et B n'ont **aucun** élément commun, on dits qu'ils sont *disjoints.* Dans ce cas, on note : $A \cap B = \emptyset$.
— On note $p(A \cap B)$ la proportion de l'intersection de A et B dans E

Définition 5 (Définition de l'union)**.**

L'union (ou la *réunion*) de A et B, notée $A \cup B$, est constitué éléments appartenant à au moins une des parties A et B.



Proposition 6. *La proportion de $A \cup B$ dans E est donnée par :*

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

cas particulier : Lorsque A et B sont disjoints *, alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.*

Exemple 7. Dans un groupe de 80 élèves de première STMG, un professeur d'éducation physique et sportive a noté que le football est pratiqué par 34 élèves, le basket-ball par 25 élèves, et parmi eux 12 élèves pratiquent à la fois le basket-ball et le football.

Correction : On note E l'ensemble des élèves de la classe, F celui de ceux qui jouent au football, B celui de ceux qui jouent au basketball. On a $n_E = 80$, $n_F = 34$, $n_B = 25$ et $n_{F \cap B} = 12$.

1. Calculer la proportion des pratiquants du football dans ce groupe d'élèves de première STMG.

   Correction : la proportion des pratiquants du football est $p(F) = \dfrac{34}{80} = 0,425 = 42,5\%$.

2. Calculer la proportion des pratiquants du basket-ball dans ce groupe d'élèves de première STMG.

   Correction : la proportion des pratiquants du basket-ball est $p(B) = \dfrac{25}{80} = 0,3125 = 31,25\%$.

3. Calculer la proportion des pratiquants à la fois du football et du basket-ball dans ce groupe d'élèves de première STMG.

   Correction : la proportion des pratiquants les deux sports est $p(F \cap B) = \dfrac{12}{80} = 0,15 = 15\%$.

4. Calculer la proportion d'élèves pratiquant au moins un de ces deux sports.

   Correction : la proportion des pratiquants au moins un des deux sports est $p(F \cup B) = p_F + p_B - p_{F\cap B} = 0,425 + 0,3125 - 0,15 = 0,5875 = 58,75\%$.

5. De plus 7 élèves pratiquent uniquement le tennis ; calculer la proportion d'élèves pratiquant le football ou le tennis.

   Correction : la proportion des pratiquants du tennis est $p(T) = \dfrac{7}{80} = 0,0875 = 8,75\%$
   Comme $F \cap T = \emptyset$, la proportion des pratiquants du football ou du tennis est $p(F \cup T) = 0,425 + 0,0875 = 05125 = 51,25\%$.

Exercices

Exercice 2.5. *Lu sur un site internet en 2010 : « Comme plus des deux tiers des cadres ne disposent pas encore aujourd'hui d'ordinateurs portables (61%) ... »*

Cette affirmation est-elle mathématiquement correcte ?

Correction : *Non car* $2/3 \simeq 0,667 = 66,7\%$

Exercice 2.6.

1. *Dans un immeuble 20% des appartements sont des studios et 30% sont des F3.*

   Peut-on en déduire que, dans cet immeuble, il y a moins de studio que de F3 ? Pourquoi ?

   Correction : *Oui car les proportions sont calculées à partir de la même population de référence : les appartements de l'immeuble.*

2. *Parmi les pilotes de Formule 1 (course automobile), J. M. Fangio remporta 24 grand prix, A. Senna en remporta 41 et A. Prost en gagna 51. J.M Fangio a couru 51 courses, A. Senna 161 et Prost 199.*

   Calculer la fréquence *de courses victorieuses pour chacun des pilotes.*

   Les fréquences sont-elles rangées dans le même ordre que les nombres des victoires ? Pourquoi ?

   Correction : *On a pour J.M. Fangio* $\frac{24}{51} \simeq 47\%$ *de victoires, pour A. Senna* $\frac{41}{161} \simeq 25\%$ *de victoires et pour A. Prost* $\frac{51}{199} \simeq 26\%$ *de victoires.*
   *Les fréquences **ne sont pas** dans le même ordre que le nombre de victoires car les populations de référence (le nombre de courses courues) ne sont pas les mêmes.*

Exercice 2.7. *Lors d'une journée « portes ouvertes », un club de ski propose deux initiations : ski de fond **ou** raquettes. Il n'est possible de participer qu'à une seule initiation. Le bilan montre que 35% des visiteurs se sont initiés au ski de fond et que 50% des visiteurs se sont initiés aux raquettes.*

Calculer la proportion de visiteurs ayant participé à une initiation.

Correction : *Comme les visiteurs **n'ont pas pu faire les deux** initiations, la proportion de visiteurs ayant participé à une initiation est de* $50 + 35 = 85\%$

Exercice 2.8. *Un examen est composé d'une épreuve pratique et d'une épreuve théorique. Pour réussir à l'examen, il faut réussir les deux épreuves.*

La proportion de candidats ayant réussi l'épreuve pratique est de $0,9$ *; la proportion de candidats ayant réussi l'épreuve théorique est égale à* $0,8$*. La proportion de candidats ayant réussi au moins une épreuve est de* $0,95$*.*

Calculer la proportion de candidats reçus.

Correction : *On note* A *l'ensemble des candidats reçus à l'épreuve pratique et* B *celui de ceux ayant réussi l'épreuve théorique. On a :*
$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
et donc $0,95 = 0,9 + 0,8 - p(A \cap B)$.
La proportion de candidats reçus à l'examen est donc de
$p(A \cap B) = 0,9 + 0,8 - 0,95 = 0,75$.

Exercice 2.9.

Dans le réseau ferroviaire français, les trains « Grandes lignes » sont de deux types, Corail ou TGV (Train à Grande Vitesse), et l'on propose aux clients de voyager en seconde ou en première classes.
Une enquête est réalisée dans une gare de province durant la première semaine d'un mois de juillet.
Sur les 2 450 billets vendus, 82 % sont des billets de seconde classe.
Sur les 850 billets TGV vendus, 14 % sont des billets de première classe.

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs suivant.

	Billets Corail	**Billets TGV**	**Total**
Billets Seconde Classe			
Billets Première Classe			
Total		850	2 450

2. Vérifier que la proportion des billets de première classe parmi les billets Corail vendus durant la première semaine de ce mois de juillet est 20 % (arrondi à l'unité).

3. Le directeur de la gare peut-il déduire de cette enquête qu'approximativement 34 % des billets vendus dans sa gare durant la première semaine du mois de juillet sont des billets de première classe ? Justifier.

Correction :

1. *On trouve*

	Corail	*TGV*	*Total*
2nd	*1278*	*731*	*2009*
1ère	*322*	*119*	*441*
Total	*1600*	*850*	*2450*

2. *La proportion des billets de première parmi les train Corail est de* $\dfrac{322}{1600} = 0,20125 \simeq 0,20 = 20\%$.
3. *La proportion des billets de 1ère est donnée par :* $\dfrac{441}{2450} = 18\%$ *et **non** par* $20\% + 14\% = 34\%$.

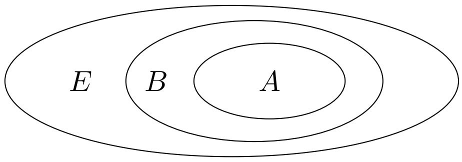
Cours :

3 Inclusion

A et B sont deux sous-populations d'une population E.

Définition 8.

Lorsque tous les éléments de l'ensemble A appartiennent à l'ensemble B, on dit que A est *inclus* dans B, et on note $A \subset B$.



Exemple 9. Tout habitant du département 92 habite en France : l'ensemble des habitants du 92 est *inclus* dans l'ensemble des habitants en France.

Proposition 10. *$A \subset B$ et on note p la proportion de A dans E, p_1 la proportion de* A dans B *et p_2 celle de* B dans E *, on a :*

$$p = p_1 \times p_2$$

Exemple 11. Dans une classe de Première, il y a 30% de garçons. 60% de ces garçons ont 17 ans.

Calculer la proportion des garçons de 17 ans dans cette classe.

Correction : Avec $p_1 = 60\%$ et $p_2 = 30\%$, il y a $0.30 \times 0.60 = 0.18 = 18\%$ des élèves sont des garçons de 17 ans

De plus on sait que 70% des filles n'ont pas 17 ans. **Compléter le tableau ci-dessous.**

Correction : Avec $p_1 = 70\%$ et $p_2 = 100 - 30 = 70\%$, il y a $0.70 \times 0.70 = 0.49 = 49\%$ des élèves sont des filles qui n'ont pas 17 ans

Tableau de proportions ou fréquences (en %) :

%	Garçons	Filles	Total
17 ans	18	21	39
autres	12	49	61
Total	30	70	100

Exercices

Exercice 2.10. *D'après une brochure de l'académie de Grenoble en 2010, la population de cette académie représente*

— *4,8% de la population nationale*
— *50,7% de la population de la région Rhône-Alpes.*

Calculer la proportion de la population de Rhône-Alpes dans la population nationale.

Correction : *On note p la proportion de la population de l'académie dans la population nationale et p_1 celle de la population de l'académie dans la région. Enfin on note p_2 la proportion de la population de la région dans la population nationale.*
On a alors $p = p_1 \times p_2$, c'est à dire $0,048 = 0,507 \times p_2$. On en déduit que $p_2 = \frac{0,048}{0,507} \simeq 0,0947 = 9,47\%$

Exercice 2.11.

Une enquête auprès d'élèves fumeurs montre que 90 % d'entre eux ont déjà essayé d'arrêter de fumer et que parmi ces derniers, 60 % ont réussi à s'arrêter plus d'un mois. Calculer la proportion d'élèves ayant réussi à s'arrêter de fumer plus d'un mois parmi les élèves fumeurs interrogés.

Correction : On a $p_2 = 0.90 = 90\%$ la proportion des élèves fumeurs ayant essayé d'arrêter de fumer ; et $p_1 = 0.6 = 60\%$ celle de ceux qui, ayant essayé d'arrêter, n'ont pas fumé pendant un mois ou plus.
La proportion de ceux qui se sont arrêtés pendant un mois ou plus parmi les élèves interrogés est donc de
$p = p_1 \times p_2 = 0.6 \times 0.9 = 0.54 = 54\%$

Exercice 2.12.

Une enquête auprès d'un groupe de personnes a établi que parmi elles :
– 82 % ont au moins 18 ans ;
– 42 % sont titulaires du permis de conduire automobile.
Calculer la proportion de personnes titulaires du permis de conduire automobile parmi les personnes du groupe ayant au moins 18 ans ; donner le résultat sous forme de pourcentage à 0,1 % près. (On rappelle qu'il est nécessaire d'avoir au moins 18 ans pour être titulaire du permis de conduire automobile.)

Correction : On a $p = 0.42 = 42\%$ la proportions de personnes ayant le permis de conduire et $p_2 = 0.82 = 82\%$ celle des personnes agées de plus de 18 ans. On cherche à connaître p_1, la proportion de gens ayant le permis de conduire parmi les personnes de plus de 18 ans.
Comme $0.42 = p = p_1 \times p_2 = p_1 \times 0.82$, on trouve donc
$p_1 = \dfrac{.42}{0.82} \simeq 0.5121 \simeq 0.512 \simeq 51.2\%$.

Exercice 2.13. *Le tableau ci-contre donne une estimation de la population française par sexe et par âge en 2011.*

	Ensemble	*Hommes*	*Femmes*
Population totale	63 136 180	30 586 946	32 549 234
Moins de 20 ans	15 368 039	7 861 611	7 506 428
De 20 à 64 ans	37 076 796	18 298 213	18 778 583
65 ans ou plus	10 691 345	4 427 122	6 264 223

1. *Donner la proportion des femmes dans la population totale.*
2. *Donner la proportion des femmes dans la population des moins de 20 ans.*
3. *Donner de deux façons la proportion des femmes de moins de 20 ans dans la population totale.*

Correction :

1. La proportion de femmes dans la population total est
$\dfrac{32\,549\,234}{63\,136\,180} \simeq 0.515 \simeq 52\%$

2. La proportion des femmes dans la population des moins de 20 ans est
$\dfrac{7\,506\,428}{15\,368\,039} \simeq 0.488 \simeq 49\%$

3. La proportion des femmes de moins de 20 ans dans la population totale est donnée par
$\dfrac{7\,506\,428}{63\,136\,180} \simeq 0.118 \simeq 12\%$
ou par la règle de calcul des proportions des inclusions : $p = p_1 \times p_2$. La proportion des moins de 20 ans est de
$\dfrac{15\,368\,039}{63\,136\,180} \simeq 0.243 \simeq 24\%$. On trouve alors
$p = p_1 \times p_2 = 0.24 \times 0.49 \simeq 0.117 \simeq 12\%$